



Étude du circuit RLC

Dans ce TP nous allons étudier, à travers le circuit RLC, le comportement d'un oscillateur soumis à une excitation constante (partie I) et soumis à une excitation sinusoïdale (partie II).

I - Étude du régime transitoire

I.1 - Théorie

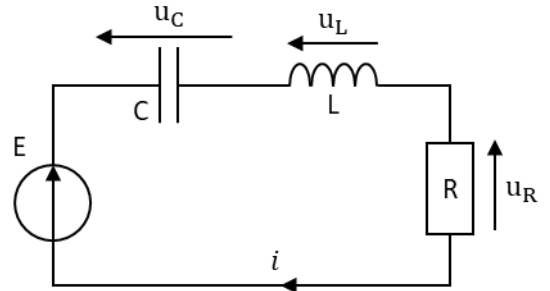
On étudie le circuit RLC ci-contre.

On rappelle que l'intensité vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{di}{dt} + \omega_0^2 i(t) = 0 \quad \text{avec :} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad \text{et} \quad Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

On pose :

$$\lambda = \frac{\omega_0}{2Q} \quad \text{et} \quad \Omega = \omega_0 \sqrt{\left| \frac{1}{4Q^2} - 1 \right|}$$



I.2 - Montage & mesures

- 🔧 Réaliser le circuit RLC. Prendre une bobine de 1000 spires. Choisir $R = 20 \, \Omega$ et $C = 100 \, \text{nF}$. Appliquer une tension crête de fréquence $f = 50 \, \text{Hz}$, d'amplitude crête à crête 10 V et avec une tension d'offset de 5 V.
 - 🔧 Observer à l'oscilloscope la tension aux bornes du générateur sur la voie CH1 et aux bornes de la résistance sur la voie CH2. Régler le trigger sur la voie CH1 et afficher à l'écran uniquement la voie CH2 (masquer la voie CH1).
- Les valeurs de C et R des boîtes à décades sont fiables. En revanche, l'inductance indiquée sur la bobine est probablement erronée, nous allons donc chercher à déterminer sa valeur.
- 🔧 Justifier que $\Omega \simeq \omega_0$. Mesurer la pseudo-période T à l'oscilloscope puis en déduire la valeur de L .
 - 🔧 Déterminer la valeur de Q . Remarque : on n'oubliera pas que le GBF possède une résistance interne $R_{GBF} = 50 \, \Omega$. Vérifier que la valeur de Q correspond environ au nombre d'oscillations visibles.
 - 🔧 Déterminer la valeur de R correspondant au régime critique (C et L restant inchangés).
 - 🔧 Augmenter progressivement R de manière à observer le régime critique puis le régime aperiodique. Vérifier que le temps caractéristique du régime transitoire τ est minimal lors du régime critique.

II - Étude du régime sinusoïdal forcé

II.1 - Théorie

On étudie le circuit RLC en régime sinusoïdal forcé. Pour cela, on impose une tension :

$$e(t) = E_m \cos(\omega t)$$

On rappelle que l'intensité dans le circuit vaut :

$$i(t) = I_m(\omega) \cos(\omega t + \phi(\omega)) \quad \text{avec :} \quad I_m(\omega) = \frac{E/R}{\sqrt{1 + Q^2 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)^2}} \quad \text{et} \quad \tan(\phi(\omega)) = -Q \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)$$

On rappelle également que $I_m(\omega)$ possède une résonance (passe par un maximum) en $\omega = \omega_0$.

À l'aide des mesures faites précédemment, déterminer la fréquence de résonance théorique $f_{res}^{théo}$. **Attention à ne pas confondre fréquence et pulsation !**

II.2 - Premières observations

Reprendre une résistance $R = 20 \Omega$. Appliquer une tension sinusoïdale d'amplitude crête à crête 10 V et sans tension d'offset. Afficher les voies CH1 et CH2 sur l'oscilloscope.

Rappeler comment savoir si un signal est en avance ou en retard de phase par rapport à un autre signal. Comment sont reliés le déphasage entre les signaux et l'écart temporel entre deux crêtes sur un chronogramme ?

Observer qu'en basses fréquences, $I_m \rightarrow 0$ et $\phi \rightarrow \frac{\pi}{2}$.

Observer qu'en hautes fréquences, $I_m \rightarrow 0$ et $\phi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$.

Observer qu'il existe une résonance, où I_m est maximal et $\phi(\omega) = 0$.

II.3 - Mesure de la fréquence de résonance

Afin de mesurer précisément la résonance, nous allons utiliser la **méthode de Lissajous** décrite ci-dessous.

Soit deux fonctions :

$$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t) \\ y(t) = B \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$$

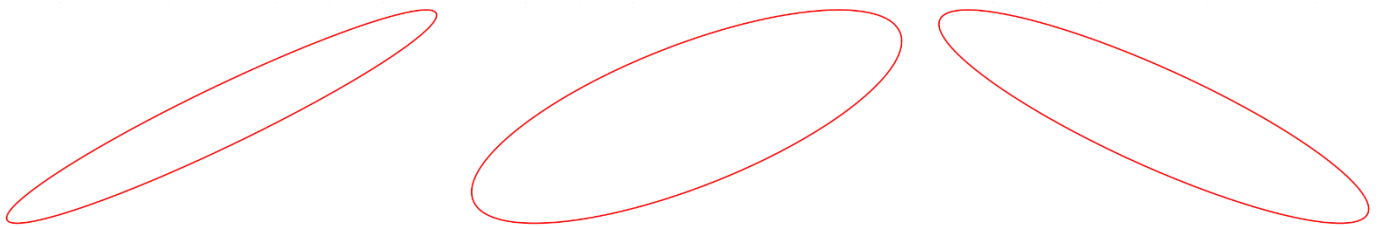
On admet que la courbe $y(x)$ est une ellipse centrée sur l'origine. L'orientation et la « largeur » de l'ellipse dépendent de ϕ .

Exemples :

$$\phi = \frac{\pi}{10}$$

$$\phi = \frac{\pi}{4}$$

$$\phi = \frac{5\pi}{6}$$



On distingue 3 cas particuliers :

Cas particulier	Expression de $y(x)$	Représentation graphique
$\phi = 0$	$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t) \\ y(t) = B \cos(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{A}{B} \Rightarrow y = \frac{A}{B}x$ Il s'agit d'une droite linéaire de pente positive.	
$\phi = \pm \pi$	$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t) \\ y(t) = B \cos(\omega t \pm \pi) = -B \cos(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \frac{y}{x} = -\frac{A}{B}$ $\Rightarrow y = -\frac{A}{B}x$ Il s'agit d'une droite linéaire de pente négative.	
$\phi = \pm \frac{\pi}{2}$	$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t) \\ y(t) = B \cos\left(\omega t \pm \frac{\pi}{2}\right) = \mp B \sin(\omega t) \end{cases}$ Il s'agit d'une ellipse alignée avec les axes du repère. En effet, lorsque $x(t)$ est extrémal, $y(t)$ est nul, et vice-versa.	

Dans notre étude, on a :

$$\begin{cases} e(t) = E_m \cos(\omega t) \\ u_R(t) = R i(t) = R I_m(\omega) \cos(\omega t + \phi(\omega)) \end{cases}$$

Ainsi, lorsque l'on trace u_R en fonction de e , on obtient une ellipse dont l'orientation et la « largeur » dépendent de ϕ . En particulier, au niveau de la résonance, $\phi = 0$: l'ellipse devient donc une droite de pente positive. Nous allons exploiter cette propriété pour déterminer précisément la valeur de la fréquence de résonance.

- ☞ Appuyer sur « Affichage » et passer en mode « XY ». Ce mode permet de tracer Y (la voie CH2) en fonction de X (la voie CH1).
- ☞ Vérifier que l'on observe bien une ellipse. Faire varier f afin de faire varier $\phi(\omega)$, dans le but d'observer la modification de la forme et de la « largeur » de l'ellipse.
- ☞ Faire varier f de sorte à observer une droite de pente positive. Lorsque l'ellipse devient trop aplatie, zoomer sur son centre afin de gagner en précision de lecture. Continuer d'ajuster f de plus en plus finement et de zoomer sur le centre de l'ellipse, dans le but de déterminer la fréquence de résonance f_{res}^{exp} le plus précisément possible.

Cette méthode, dite de **Lissajous**, permet de déterminer lorsque deux signaux sont en phase avec une très grande précision.

- ☞ Comparer qualitativement $f_{res}^{théo}$ et f_{res}^{exp} .

II.4 - Fréquences de coupure

On rappelle que les fréquences de coupure sont les fréquences où :

$$I_m = \frac{\max(I_m(\omega))}{\sqrt{2}}$$

- ☞ Proposer un protocole permettant de déterminer expérimentalement les deux fréquences de coupure. Mettre en œuvre le protocole.
- ☞ Vérifier que $\Delta f_c = \frac{f_0}{Q}$.